

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS TRABAJO EN GRUPO

El trabajo se realiza al final del segundo semestre, en abril-mayo, cuando ya se haya visto la teoría fundamental. Se considera un trabajo final de asignatura y se realizará en grupo. Los grupos estarán formados por un máximo de 6 alumnos.

Cada grupo debe elegir un tema de aplicación de la teoría de ecuaciones diferenciales a algún **problema real** sencillo y elaborar una memoria.

Dado que su valor es el 5 % de la nota se estima que el tiempo necesario es el correspondiente a $5/100 \times 9$ ECTS, lo que supone alrededor de 10 horas de trabajo del alumno¹. Se recomienda distribuir el trabajo entre los miembros del equipo, y no hacer todo entre todos.

1. ESTRUCTURA

La memoria debe constar, al menos, de las siguientes partes:

1. Descripción del problema real y modelado mediante ecuaciones diferenciales.
2. Análisis cualitativo del modelo matemático.
3. Representación gráfica de las soluciones.
4. Conclusiones.
5. Bibliografía utilizada.

El modelo matemático debe ser sencillo, pero no trivial. Un sistema lineal con coeficientes constantes se considera excesivamente sencillo, puesto que puede resolverse como un mero ejercicio. Salvo casos muy excepcionales, si la solución puede obtenerse analíticamente el modelo es demasiado simple.

El análisis cualitativo del modelo incluirá, al menos, la comprobación de la existencia y unicidad de solución, y la dependencia de los parámetros.

Para la representación gráfica de las soluciones se empleará algún método de aproximación numérica. Todo el código utilizado deberá ser

¹Según la Universidad de Zaragoza, 1 ECTS = 25 horas de trabajo del alumno

adjuntado en un fichero de texto (o un *notebook*). Se valorará positivamente el uso de programas de ordenador realizados por los alumnos, utilizando los algoritmos numéricos estudiados durante el curso (Runge-Kutta, por ejemplo).

Si el modelo es bidimensional, o puede reducirse a tal caso, es muy recomendable la representación del diagrama de fases.

En la bibliografía deben aparecer **todas** las fuentes consultadas, para evitar cualquier sospecha de plagio.

2. PRESENTACIÓN

El formato es libre: manuscrito, \LaTeX (preferiblemente), Word, ..., cualquiera es válido. Sea cual sea el método utilizado para redactarlo, lo que se deberá entregar es un archivo pdf con la memoria del trabajo, y, en su caso, un archivo de texto (o un *notebook*) con el código utilizado.

No hay límite de número de páginas, ni máximo ni mínimo. La fecha límite para la entrega es el penúltimo día de clase. Excepcionalmente, y previa comunicación al profesor, se podrá entregar el trabajo algunos días después de la finalización del periodo de clases.

Si el tiempo lo permite, algunos trabajos seleccionados por el profesor se expondrán en clase durante un tiempo máximo de 15 minutos.

3. TEMÁTICA

Los alumnos pueden elegir cualquier tema que sea de su interés. La originalidad en la elección del tema del trabajo será valorada muy positivamente.

Una vez elegido el tema del trabajo, se recomienda comentarlo con el profesor, para ver si es adecuado (no es ni demasiado sencillo, ni demasiado complicado).

Ejemplos de temas que han elegido los alumnos en los cursos académicos anteriores:

1. Propagación de la viruela
2. El péndulo esférico
3. Sistema Sol-Tierra-Luna (en un plano)
4. Banana-shot (efecto Magnus en el tenis)
5. Trayectoria del asteroide Apofis
6. El pozo y el péndulo (péndulo de longitud creciente)
7. Oscilaciones en circuitos eléctricos (el oscilador de Van Der Pol)
8. Propagación de epidemias: modelo SIR
9. El péndulo (plano) doble.

10. Propagación de epidemias: modelo SEIR
11. El péndulo de Foucault (no lineal 3D)
12. El gol olímpico (efecto Magnus en el fútbol)
13. Crecimiento de poblaciones estructuradas (modelos de Leslie)
14. Oscilaciones no lineales: el oscilador de Duffing
15. La noria de agua (el sistema de Lorenz)
16. Rotaciones estacionarias de un sólido rígido

No se trata de estudiar unas ecuaciones determinadas, sino de describir un problema real modelado por dichas ecuaciones y plantearse cuestiones sobre el problema real que puedan entenderse o determinarse utilizando lo aprendido durante el curso.

4. UTILIDADES

En la elaboración del trabajo será necesario el uso de algunos programas de ordenador. Se puede utilizar *Python* o *Sage*, aprovechando que ya se habrán utilizado en otras asignaturas, o bien cualquier otro.

Para resolver numéricamente un problema de valor inicial se puede programar un método numérico o bien utilizar alguno de los comandos ya incorporados. En *Python* se puede usar `odeint` o `solve_ivp`, ambos en el paquete `scipy.integrate`. Para representar la solución gráficamente se puede utilizar `plot`, en el paquete `matplotlib.pyplot`. En *Sage* se puede usar `desolve_odeint` para obtener la solución y `plot` para representarla gráficamente.

Para un sistema en el plano, si se encuentra una integral primera se pueden dibujar sus conjuntos de nivel mediante `contour` o `contourf` en *Python* con el paquete `matplotlib.pyplot`, y mediante `contour_plot` en *Sage*.

Para la representación del diagrama de fases puede utilizarse cualquier programa para dibujar el campo de direcciones o similar. Por ejemplo: `streamline_plot` y `plot_vector_field` en *Sage*, `streamplot` y `quiver` en *Python* con el paquete `matplotlib.pyplot`.