

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Grado en Matemáticas

Curso 2021-22

Profesores: Eduardo Martínez Fernández (TEORÍA Y PROBLEMAS),

Roberto Barrio Gil (PROBLEMAS)

Departamento: Matemática Aplicada

Página Web: <http://fismat.unizar.es/~emf>

Programa de la asignatura

I.–SISTEMAS LINEALES CON COEFICIENTES CONSTANTES

1. Ecuaciones lineales

- Solución de la ecuación homogénea
- Solución de la ecuación no homogénea
- Ecuaciones complejas
- Soluciones generalizadas

2. Exponencial de una matriz

- Convergencia de sucesiones de matrices
- Exponencial de una matriz
- Derivabilidad
- Cálculo de la exponencial
- Correspondencia espectral

3. Sistemas lineales con coeficientes constantes

- Solución del sistema homogéneo
- Estructura de la solución
- Solución del sistema no homogéneo

4. Ecuaciones de orden superior

- Transformación a sistema de primer orden
- Solución de la ecuación homogénea
- Solución de la ecuación no homogénea
- El método de los coeficientes indeterminados

5. Teoría cualitativa

- Noción de estabilidad
- Estabilidad y espectro
- Diagrama de fases y clasificación de los sistemas bidimensionales

6. Transformada de Laplace

- Definición y primeras propiedades
- Cálculo de transformadas
- Aplicación a la resolución de EDO
- Estabilidad

II.—SISTEMAS LINEALES CON COEFICIENTES VARIABLES

7. Ecuaciones lineales

- Ecuaciones con coeficientes variables
- Desigualdad de Gronwall

8. Sistemas lineales

- Sistemas homogéneos: existencia y unicidad de soluciones
- Matriz resolvente
- Solución del problema no homogéneo
- Dependencia de parámetros*
- Ecuaciones de orden superior
- Estabilidad *

9. Sistemas lineales con coeficientes periódicos *

- Soluciones periódica del sistema homogéneo
- Estructura de la solución
- Soluciones periódica del sistema no homogéneo
- Estabilidad y resonancia *

III.–SISTEMAS NO LINEALES

10. Ecuaciones escalares autónomas

- Ejemplos y primeras propiedades
- Existencia y unicidad. Asíntotas
- Análisis cualitativo

11. Métodos clásicos de resolución

- Ecuaciones exactas
- Factores integrantes
- Otros métodos

12. Existencia y unicidad de soluciones

- Condición de Lipschitz
- Existencia y unicidad: teorema de Picard
- Prolongabilidad. Solución maximal

13. Métodos numéricos para problemas de valor inicial

- Métodos de Euler y de Taylor
- Convergencia
- Método de Runge-Kutta
- Métodos multipaso *

14. Regularidad de las soluciones

- Dependencia continua
- Dependencia diferenciable
- La ecuación variacional
- Trivialización *

15. Teoría Cualitativa

- Sistemas autónomos
- Caso escalar
- Estabilidad de puntos de equilibrio: método de linealización
- Estabilidad de puntos de equilibrio: funciones de Lyapunov *
- Diagrama de fases de un sistema en el plano

16. Ecuaciones implícitas *

- Puntos regulares y singulares
- Representación paramétrica
- Ecuaciones de Lagrange-Charpit

Bibliografía

- F. MARCELLÁN, L. CASASÚS Y A. ZARZO, *Ecuaciones diferenciales. Problemas lineales y aplicaciones*, McGraw-Hill Iberoamericana de España S. A., Madrid, 1990.
- S. NOVO, R. OBAYA, J. ROJO, *Ecuaciones y sistemas diferenciales*, McGraw-Hill Interamericana de España, 1995.
- R.K. NAGLE Y E.B. SAFF, *Fundamentos de ecuaciones diferenciales*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1992.
- D. ZILL, *Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones*, Grupo Editorial Iberoamérica, Mexico, 1988.
- M. CALVO Y J. CARNICER, *Curso de ecuaciones diferenciales ordinarias*, Prensas Universitarias de Zaragoza, 59, 1998.
- M.W. HIRSH Y S. SMALE, *Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal*, Alianza editorial, Madrid, 1983.
- L. PERKO, *Differential equations and dynamical systems*, Springer-Verlag, New York, 1991.

Desarrollo de la asignatura:

La asignatura se desarrollará siguiendo el programa anterior. Los apartados marcados con el símbolo * se darán, o no, según lo estime oportuno el profesor. Cada semana el profesor impartirá, aproximadamente, dos horas de teoría, con abundantes ejemplos, y la tercera hora se dedicará a la resolución de problemas por parte de los alumnos (en grupos reducidos).

La asignatura comienza estudiando los casos más sencillos, para ir progresivamente añadiendo dificultad, hasta llegar al caso general. En cada tema se utilizará, prácticamente, todo lo aprendido en los temas anteriores.

Además, cada alumno deberá realizar un trabajo en grupo sobre un tema elegido por el grupo, o sugerido por el profesor. Se deberá entregar un informe y realizar una exposición pública de los resultados.

Tutorías:

El objetivo fundamental de las tutorías es la resolución de dudas surgidas durante el curso, así como la orientación al alumno en la resolución de los ejercicios y problemas propuestos en clase. También se orientará al alumno que desee profundizar más sobre los aspectos teóricos desarrollados en la clase de teoría, o sobre otros aspectos complementarios.

Se realizarán presencialmente en el despacho del profesor, si la situación sanitaria lo permite, o por videoconferencia mediante Google Meet. Previamente se deberá concertar cita, bien por email, bien por petición en clase. Los días previos al examen suelen ser muy desaconsejables. En particular, el día anterior al examen no se resuelven dudas.

Criterios de evaluación:

Durante el curso, se evaluará el aprendizaje del alumno mediante la resolución, presentación y discusión en clase de problemas y cuestiones teórico-prácticas propuestas por el profesor (15 % de la calificación). A mitad de cada semestre se realizará un examen sobre la teoría estudiada hasta ese momento (15 % de la calificación). Además, se realizará un examen teórico-práctico escrito al finalizar cada cuatrimestre (65 % de la calificación), en las fechas establecidas a tal efecto por la Facultad de Ciencias. Finalmente, se debe entregar, dentro del plazo establecido por el profesor, un informe con los resultados del trabajo en grupo, que (si el tiempo lo permite) deberá exponerse ante el resto de la clase (5 % de la calificación).

Quienes no hayan superado la asignatura por el método anterior, pueden aprobar la asignatura mediante una prueba global, que se celebrará en las fechas establecidas a tal efecto por la Facultad de Ciencias. El resultado de dicha prueba supondrá el 100 % de la calificación. Igualmente, quienes deseen mejorar su nota obtenida por evaluación continua pueden presentarse al examen global de la convocatoria de junio.

Los exámenes de final de semestre y los exámenes globales constarán de problemas de aplicación (60 % aproximadamente) así como de cuestiones teórico-prácticas y temas teóricos a desarrollar (40 % aproximadamente).

Todo lo que se explique, tanto en las clases de teoría como en las de problemas, entrará en el examen.

Normas y consejos para los exámenes:

- No está permitido el uso de ningún documento, salvo los entregados por el profesor durante el examen.
- No está permitido el uso de calculadoras, teléfonos móviles, auriculares, ni cualquier otro aparato electrónico.
- Solo se aceptan exámenes escritos en castellano. En particular, solo se admiten las abreviaturas aceptadas por la Real Academia de la Lengua Española.
- Contesta solamente a lo que se pregunta, puesto que únicamente esto se valorará.
- Si se dan dos respuestas a la misma pregunta, con resultados distintos, se considerará que la respuesta es errónea.
- Razona claramente todos los pasos dados en la resolución de los problemas.
- Debe quedar clara cuál es la respuesta a cada pregunta. Una buena forma de hacerlo es incluir la pregunta en la respuesta.
- Comprueba que la respuesta dada es correcta. En los problemas que consisten simplemente en calcular una solución debes comprobar que tu respuesta es,

efectivamente, una solución. En caso contrario, si la respuesta final es incorrecta, dicho problema se valorará con 0 puntos.

- Pon especial cuidado en la redacción y en la precisión de las respuestas a las cuestiones teóricas. Razona absolutamente todos los pasos y cita todos los resultados que se utilizan. Se valorará tanto la corrección de la respuesta como la claridad y rigor en la redacción de la respuesta.
- Una respuesta insuficientemente razonada o insuficientemente redactada se considerará siempre una respuesta errónea.
- Vuelve a leer otra vez los cuatro apartados anteriores y recuérdalos.