21/04/2022

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

1.– Define con precisión qué es una ecuación diferencial exacta $P(t,x)dx + Q(t,x)dt = 0$ y a qué se le llama función potencial. Enuncia y demuestra el teorema de existencia y unicidad local de soluciones para una ecuación diferencial exacta.

2.– Consideremos un sistema autónomo de ecuaciones diferenciales ordinarias $\dot{x} = f(x)$, siendo $f\colon \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ continua y de clase C^1. Sea $x = \gamma(t)$ la solución maximal del problema de valor inicial $\dot{x} = f(x)$, $x(0) = x_0$. Prueba que para cada $t_0 \in \mathbb{R}$ se tiene que $x = \gamma(t - t_0)$ es la solución maximal de $\dot{x} = f(x)$, $x(t_0) = x_0$, indicando su dominio (en términos del dominio de γ) y razonando su maximalidad.