15/04/2021

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

1.– (Ecuaciones diferenciales escalares autónomas) Enuncia y demuestra el teorema que caracteriza la prolongabilidad/maximalidad de una solución de un problema de valor inicial en términos de la convergencia/divergencia de integrales impropias.

2.– Supongamos que $a\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $b\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ son funciones continuas y que $a(t) > 0$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Consideremos una ecuación diferencial de variables separadas $\dot{x} = a(t)b(x)$. Razona la veracidad de las siguientes afirmaciones:

a) Si $b(x_0) \neq 0$ entonces el problema de valor inicial $\dot{x} = a(t)b(x)$, $x(t_0) = x_0$ tiene una única solución.

b) Si $b(x_0) = 0$ entonces el problema de valor inicial $\dot{x} = a(t)b(x)$, $x(t_0) = x_0$ no tiene solución.

Si son verdaderas demuéstralas y si son falsas da un contraejemplo.