Segundo parcial 07/07/2023

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

1.– Define qué entendemos por solución global de un problema de valor inicial, y cuál es la diferencia con la solución maximal. Define qué entendemos por una ecuación diferencial sublineal. Enuncia y demuestra el teorema que asegura que para una ecuación diferencial sublineal toda solución es global. Todas las definiciones deben ser precisas, y debes especificar claramente todas las hipótesis.

2.– Consideremos una ecuación diferencial escalar de segundo orden $\ddot{x} = f(t, x, \dot{x})$, donde f es una función de clase C^1 en su dominio $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^3$. Prueba que su ecuación variacional lineal a lo largo de cualquier solución es una ecuación diferencial lineal de segundo orden. Indica claramente cuales son los coeficientes de dicha ecuación lineal.

3.– Halla la solución maximal del problema de valor inicial

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{tx}{1 - t^2 - x^2} \\ \dot{y} = \dfrac{x^2 + 2t^2}{y} \\ x(1/2) = \sqrt{3/2} \\ y(1/2) = -1 \end{cases}$$

indicando su dominio (y razonando que dicha solución es maximal).

4.– Consideremos el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \dot{x} = 3 + x^2 - 4x \\ \dot{y} = 2y \operatorname{sen}(\pi x) + \mu t x^2, \end{cases}$$

donde $\mu \in \mathbb{R}$ es un parámetro. Hallar el dominio de la solución maximal que satisface la condición inicial $x(0) = 2$, $y(0) = 1$. Hallar el dominio de la solución maximal que satisface $x(1) = 0$, $y(1) = 0$.

Halla la derivada parcial con respecto al parámetro μ de la solución general en el punto $(t, t_0, x_0, y_0, \mu_0) = (t, 0, 1, 0, 2)$.

Las preguntas 1 y 2 valen 2 puntos.
Las preguntas 3 y 4 valen 3 puntos.

Duración del examen: 2 horas