PRIMER PARCIAL 20/06/2024

# Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

**1.–** Enuncia y demuestra el teorema que establece la estructura analítica del conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes.

**2.–** Para una ecuación diferencial lineal escalar de orden $n$ con coeficientes constantes
$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_0 y = 0.$$
halla la transformada de Laplace, $G(s)$, de la función de Green (para el problema de Cauchy). Prueba que los polos (los ceros del denominador) de $G(s)$ son exactamente los valores propios de la matriz del sistema de primer orden asociado a tal ecuación de orden $n$.

**3.–** Halla la solución del sistema de ecuaciones diferenciales
$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} X + \mathrm{e}^{-t} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$
que satisface $X(0) = [-1, 0, 1]$.

**4.–** Sabiendo que las funciones $y_1(t) = \cos^2(t/2)$ e $y_2(t) = \operatorname{sen}^2(t/2) - \cos(t)$ son ambas solución de la ecuación diferencial
$$\cos^2(t)\ddot{y} + \operatorname{sen}(2t)\dot{y} + (1 + \operatorname{sen}^2(t))y = f(t),$$
resolver el problema de valor inicial
$$\begin{cases} \cos^2(t)\ddot{y} + \operatorname{sen}(2t)\dot{y} + (1 + \operatorname{sen}^2(t))y = f(t) \\ y(0) = 0,\ \dot{y}(0) = 0. \end{cases}$$

**Las preguntas 1 y 2 valen 2 puntos.**
**Las preguntas 3 y 4 valen 3 puntos**

**Duración del examen: 2 horas**