MÉTODOS NUMÉRICOS PARA PROBLEMAS DE VALOR INICIAL

En la siguiente tabla se resumen los métodos numéricos que hemos visto para resolver aproximadamente un problema de valor inicial.

Resumen

Método de Euler progresivo (explícito de orden 1)

$$x_{i+1} = x_i + hf(t_i, x_i)$$

Método de Euler regresivo (implícito de orden 1)

$$x_{i+1} = x_i + hf(t_i + h, x_{i+1})$$

Método de Taylor de segundo orden (explícito de orden 2)

$$x_{i+1} = x_i + hf(t_i, x_i) + \frac{h^2}{2}\Big[\frac{\partial f}{\partial t}(t_i, x_i) + D_x f(t_i, x_i) f(t_i, x_i)\Big],$$

Método del trapecio (implícito de orden 2)

$$x_{i+1} = x_i + h\frac{1}{2}[f(t_i, x_i) + f(t_i + h, x_{i+1})]$$

Método de Runge-Kutta clásico (explícito de orden 4)

$$x_{i+1} = x_i + \frac{h}{6}[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4],$$

con

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_i, x_i) \\ k_2 &= f\big(t_i + \tfrac{h}{2}, x_i + \tfrac{h}{2}k_1\big) \\ k_3 &= f\big(t_i + \tfrac{h}{2}, x_i + \tfrac{h}{2}k_2\big) \\ k_4 &= f(t_i + h\,, x_i + h\,k_3). \end{aligned}$$

En todos los casos (t_0, x_0) son datos conocidos, y $t_{i+1} = t_i + h$. El índice i toma los valores $i = 0, \dots, N-1$.